



Universidad Autónoma “Benito Juárez” de Oaxaca

Facultad de Economía

*Serie Documentos de trabajo**

Axiomática, equilibrio y mercado: el caso de la TIMT y la teoría del equilibrio general

Leodegario Fabián Medinilla e Ivan Porras Chaparro

Workingpaper2021001A

Septiembre de 2021

Universidad Autónoma “Benito Juárez” de Oaxaca
Facultad de Economía
Av. Universidad s/n, Ex Hacienda de Cinco Señores
Oaxaca de Juárez, Oaxaca, C.P. 68120

* Los documentos de trabajo de la Facultad de Economía de la UABJO son material preliminar que ha pasado por un proceso de revisión y se pone a disposición de la comunidad académica para estimular la discusión, los comentarios, la revisión y mejora del documento como tal con miras a su publicación bajo estándares rigurosos.

Los puntos de vista son propios de los autores y no representan la posición oficial de la UABJO, ni de la dirección de la Facultad de Economía ni de las autoridades de la administración central.

Axiomática, equilibrio y mercado: el caso de la TIMT y la teoría del equilibrio general.

Leodegario Fabián Medinilla* Ivan Porras Chaparro**

Índice

1. Introducción	3
2. Axiomática	7
2.1. Consumidores	9
2.2. Productores	11
3. El problema del equilibrio en Noriega (1998a)	18
4. Propiedades del equilibrio y bienestar	21
5. Funciones específicas	22
5.1. Robinson Crusoe	23
5.2. Valores de equilibrio	27
6. Observaciones y comentarios finales	29
Bibliografía	36

*Maestro en Economía Matemática - Facultad de Economía UABJO - leo.fabian.m@cecad-uabjo.mx - Oaxaca de Juárez, México.

**Doctor en Ciencias Económicas - Facultad de Economía UABJO - iporras23@cecad-uabjo.mx - Oaxaca de Juárez, México.

Resumen

A finales de los 90, Fernando Antonio Noriega Ureña inició el análisis de una economía en donde el comportamiento de los agentes y la tecnología en el lado productivo era distinto al entonces llamado tradicional (véase Noriega Ureña (1998a)). El énfasis en esa línea se concentró en experimentos de estática comparativa dentro de un entorno que permitía considerarlo una aproximación de una macroeconomía bastante simple. El desarrollo de esa línea de investigación se enmarcó en lo que se conoce como la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo (en adelante TIMT) y se extendió hasta entornos dinámicos véase Galindo Cruz *et al.* (2018).

El objetivo de este trabajo es mostrar que la axiomática, la interpretación y la consistencia lógica en la TIMT dista de la presente en la teoría del equilibrio general, en especial de la versión de Debreu (1959) y en los avances que consolidaron la macroeconomía moderna (un caso particular bastante representativo es el de la macroeconomía recursiva, e.g. Prescott y Mehra (1980) o Ljungqvist y Sargent (2012)). En este sentido el concepto de equilibrio en la TIMT, y su demostración correspondiente tienen importancia capital para cerrar tal brecha, al respecto se ofrece un análisis comparativo de tal concepto en distintos entornos y se proponen algunas formulaciones para la TIMT, donde, en última instancia, el mercado, como lugar teórico de formación de precios y de coordinación de las acciones individuales parece difuso.

1. Introducción

Han pasado más de 22 años que apareció publicada la Teoría General de Inexistencia del Mercado de Trabajo (TIMT) de Noriega (1998). Los puntos más importantes y paradójicos podemos resumirlos en los siguientes: 1) siguiendo la estructura de la teoría neoclásica (como Noriega y Velázquez (2016) mencionan se trata de los mismos fundamentos analíticos), se formula un cambio en la teoría del productor al proponer que la tasa de ganancia produce la mayor masa de beneficios y modifica la función de producción al incorporar un tipo de trabajo empleado por la empresa para la organización de sus actividades en función del tamaño de mercado; 2) una de las consecuencias importantes es que no se configura el mercado de trabajo, es decir si hay una oferta de trabajo bien establecida (sin modificación de la teoría del consumidor), pero no una demanda de trabajo tradicional en el que el precio, en este caso el salario, no está en función de los requerimientos de producción de la empresa, sino que depende de este trabajo organizacional que lo

llama tamaño del mercado; 3) al no constituirse el mercado de trabajo, al salario le llama un grado de libertad del sistema que se configura en otra parte, Noriega ((1998), (2001) y Noriega y Tirado (2001)) y sus seguidores (Velázquez (2013), Velázquez y González (2016), Rodríguez (2015), Vargas (2013), Velázquez y Ávila (2015), Porras et al (2016) y Galindo et al. (2018)) piensan que se determina institucionalmente como una negociación salarial. Además de los problemas al que se enfrenta el modelo de la TIMT por el establecimiento de rendimientos decrecientes, en vez de ser constantes como usualmente opera la economía tradicional; y 4) las recomendaciones de política económica, basado en una teoría, que el considera errónea, produce resultados erróneos en el bienestar de las personas, en cambio la TIMT produce mejores resultados.

Adicionalmente a lo anterior, dos elementos sirven como pilares en la TIMT, y no tiene que ver con los fundamentos o axiomas que él llama, tienen que ver con el mecanismo deductivo que se utiliza para sentar las bases de que la TIMT es un mejor marco analítico (que los modelos que proponen la Nueva Escuela Keynesiana o Clásica) para estudiar el desempleo involuntario en un marco de equilibrio (al menos en el mercado de bienes). Se trata del teorema de “ineficiencia” y del teorema de “superioridad”. En el primero, según, se “Hace evidente que con el mismo volumen de recursos que la firmas deciden emplear a los precios vigentes, según la TN [Teoría Neoclásica], se podría producir más, ganar más, y dar lugar a un tamaño de la industria más extenso y más competitivo que el que propone la TN.” (Noriega y Velázquez, 2016, 12). Mientras que el segundo “teorema” establece “...que el cálculo económico de la empresa competitiva postulado por la tradición neoclásica es ineficiente con respecto al que propone la TIMT, dando lugar a una economía que produce menos de lo que podría producir si hiciese un uso eficiente de recursos, y derivado en niveles de bienestar inferiores a los máximos posibles para los consumidores.”(Noriega y Velázquez, 2016, 13).

Por ello, nuestro principal objetivo en este trabajo es demostrar que los fundamentos de la TIMT son diferentes a los de la Teoría del Equilibrio General, en especial de la versión de Debreu (1959) y los avances de la macroeconomía moderna (como los de Prescott y Mehra (1980) o Ljungqvist y Sargent (2012)). Consecuencia de lo anterior, no es posible comparar resultados axiomáticos, si estos han cambiado o son de órdenes distintos (véase el problema científico sobre la inconmensurabilidad de las teorías en Feyerabend (1970) o Koopmans (1980)), ni mucho menos da lugar al teorema de superioridad.

Lo anterior es que sí se trata de analizar el mismo planteamiento analítico de la teoría neoclásica, resulta pertinente iniciar nuestro estudio con el concepto de equilibrio. Ya que éste es uno de los conceptos fundamentales de la teoría económica.

La forma de organizar este trabajo descansa sobre la lógica de seguir la axiomática y el mecanismo deductivo que se efectúa en el equilibrio general para realizar una dilucidación de la construcción de la TIMT. Aunque la TIMT nos parece un modelo bastante sencillo, por tratarse -al menos en sus inicios- de ejercicios de estática comparativa y de escenarios tipo Robinson Crusoe con funciones, la construcción axiomática es distinta de la neoclásica (aunque se diga lo contrario), como quedará en evidencia en este trabajo.

El concepto de equilibrio, a lo largo del desarrollo de la teoría económica, ha tenido varias versiones de la definición que se estableció entre la comunidad científica, académica y cuyas variaciones obedecen a los instrumentos matemáticos que sirvieron para presentar tal concepto y también los entornos en los que se formularon.

El acento y la importancia sobre la definición de equilibrio proviene de la estructura lógica del conocimiento económico en términos generales y de igual forma cuando se considera una parcela del campo económico. El proceder en economía, de acuerdo con Koopmans (1980), es precisamente el del procedimiento general de la ciencia. La teoría del equilibrio general se puede considerar una de las teorías donde tal proceder alcanzó una claridad considerable, su desarrollo fue conducido, en parte por el método empleado, de manera sólida hasta llegar a las formulaciones lo suficientemente rigurosas y resultados extremadamente útiles en una considerable gama de entornos, sobre todo los resultados sobre separación y descentralización de los de las decisiones de oferta y consumo (véase Shafer y Sonnenschein (1982) para el caso del exceso de demanda en una economía de intercambio bien comportada). Entre los estudios más destacados aparecen los relativos al equilibrio competitivo, el crecimiento en economías competitivas, el análisis de insumo-producto, la producción y el bienestar económico, muchos de los cuales a su vez iniciaron agendas de investigación de gran importancia, entre las cuales resulta imprescindible la que se interesó por las condiciones que aseguran la existencia de un equilibrio competitivo.

La macroeconomía se nutrió de los avances del equilibrio general, recuperando algunos campos de análisis que antes parecían dispersos, en este sentido Balasko (2009) o Wickens (2008) ofrecen un panorama bastante completo sobre entornos dinámicos. La teoría de Noriega, en este sentido de incrementar el acervo de conocimientos, propone un modelo distinto al llamado tradicional. Los resultados que ofrece la TIMT, si bien son interesantes por sus implicaciones, se muestran en versiones que parecen seguir el procedimiento de la economía. Por ello, consideraremos el método y la lógica seguido por la teoría del equilibrio general, además de ser también criticada por la TIMT y por ofrecer un procedimiento axiomático

bastante claro.

Con respecto a la TIMT como recomendación de política económica. Nos parece algo todavía más dudoso. Ya que la teoría es una guía para realizar estudios aplicados para evitar falacias. La TIMT también debe ser sometida al proceso de rigurosidad estadística y de los métodos probabilísticos, tal y como se someten las demás teorías económicas. Al respecto, De Gregorio (2009) plantea que la teoría y la política macroeconómica cambió: 1) a partir de los microfundamentos consistentes con la teoría vigente; 2) dejan de lado la estática comparativa y plantear escenarios dinámicos y con incertidumbre; y 3) se replantean a la luz de los hechos y datos económicos para rechazar o no-rechazar los postulados teóricos. La TIMT, al menos no ha podido sobre-salir del primer punto y como veremos en este documento parte de conceptos difusos, planteamientos dudosos y demostraciones confusas, que a costa de la científicidad no dilucidan ni aclaran los problemas económicos (o como menciona Noriega y sus seguidores (Noriega y Velázquez (2016)) las patologías económicas). Además de que el teorema de ineficiencia es fuertemente criticado y puesto en duda por el trabajo de Plata (1998), al proponer un contra-ejemplo que anula tal demostración. Y hasta el momento de escribir este documento no se tiene noticias sobre trabajos empíricos producidos para probar la TIMT.

Con lo anterior, la principal preocupación es que “La presencia de la TIMT en los planes y programas de Economía de varias universidades ha hecho posible su expansión de docencia; la formación de cuadros académicos con niveles de maestría y doctorado en el marco de la TIMT ha fortalecido las contribuciones a su desarrollo y ha incrementado notablemente el número de investigadores que trabajan en este marco analítico, lo que nos hace pensar que el tratar satisfactoriamente problemas aquí señalados, ha de ser posible en un plazo satisfactorio.” (Noriega y Velázquez, 2016, 22).

Antes de ser enseñada, debemos preguntarnos si merece la pena ser difundida con fines de investigación o simplemente se trata de un fanatismo. Nosotros, fieles seguidores del espíritu de Noriega, quienes lo conocimos en vida, tratamos de emular el sentido crítico -incluso hacia su misma TIMT-, de divergir en la línea de pensamiento, pero sobre todo de investigar más de lo que no se sabe, es decir de no aceptar con fe la mayoría de los supuestos y resultados de la paradójica TIMT.

El presente documento está dividido en cuatro secciones. En la sección 2 se aborda la axiomática de los conceptos, la lógica y los resultados principales del comportamiento de los consumidores y productores. En la sección 3, es acerca del problema de equilibrio de Noriega, se aborda la dilucidación de los conceptos y el contenido significativo de la TIMT. En la sección 4, se articulan algunas pro-

piedades del concepto de equilibrio y bienestar. En la sección 5, se presenta un caso a manera de ejemplo, que es en el que se desarrolla la TIMT, con funciones específicas tipo Robinson Crusoe y valores de equilibrio. Al final se presentan las conclusiones.

2. Axiomática

Consideramos el modelo básico de equilibrio general que aparece en Debreu (1959) puesto que presenta con suficiente claridad el método postulacional que sigue la construcción del conocimiento económico. En este sentido, como teoría axiomatizada, la teoría del equilibrio general recibe especial tratamiento y ofrece una respuesta, de acuerdo con Villar (1996), a la pregunta de si los precios y los mercados son instituciones suficientes y eficaces para la coordinación de la actividad económica en un mundo de múltiples agentes que toman sus decisiones de manera descentralizada. Sin embargo, la axiomatización implica una dicotomía entre la estructura matemática y las interpretaciones de la teoría¹ a tal grado que incluso la referencia a los mercados es prescindible.

La posición anterior con respecto a la axiomatización, de acuerdo con Berta (1999), explica el elevado grado de abstracción presente en Debreu (1959) y la reserva en la interpretación de la organización social implícita en el modelo básico.

Uno de los puntos más destacable en los trabajos sobre la teoría del equilibrio general es la preocupación por la existencia del equilibrio en ellos definido. Mas-Colell *et al.* (1995) afirman que cuando se estudia una teoría positiva, la primera cuestión a preguntarse es: ¿bajo qué condiciones el modelo formal posee una solución? Esto es lo que compone el problema de existencia en el modelo, i.e., en la economía abstracta bajo estudio. Asegurar o garantizar la existencia del equilibrio se traduce en que la noción de equilibrio ha pasado la prueba lógica de consistencia.

En la introducción de Noriega (1998a), se hace alusión al resultado de existencia calificándolo como uno de los más trascendentes en la tradición neoclásica y se afirma que depende de las hipótesis conductuales de los agentes (se hace énfasis en consumidores y productores). Sin embargo y a diferencia de Debreu (1959), no se ofrece una especificación de la noción de equilibrio, su demostración y los postulados sobre los que descansa tal razonamiento. Por ello cabe hacer dos preguntas, la primera tiene que ver con la forma en que se construye el conocimiento

¹Véase al respecto Debreu (1984), Debreu (1986) y Debreu (1991).

en esa línea de pensamiento y es ¿Cuáles son los axiomas que soportan la TIMT?, la segunda por otra parte tiene que ver con la noción de equilibrio sobre la cual hay dos posibilidades, adoptar la noción que se ofrece en la tradición neoclásica o formular una nueva, cualquiera que sea la elección la interrogante que surge es ¿bajo qué condiciones existe el equilibrio en la TIMT? La respuesta a la primer pregunta puede contribuir a dar respuesta a la segunda, aunque por las conclusiones a las que llega Noriega (1998a) y que se retoman por la literatura construida sobre ella, véase Noriega (2001), Noriega (2012), Velázquez (2013) y Noriega y Tirado (2003), se requiere de una definición diferente, sobre todo por lo que se conoce como “inexistencia del mercado de trabajo”².

La descripción de la economía suele llevarse a cabo especificando el entorno y los agentes que en él intervienen, en este sentido, en la TIMT aparecen consumidores y productores. Los agentes se caracterizan por medio de sus limitaciones sobre sus elecciones y su criterio de elección. Ya que Noriega (1998a) acepta el aparato analítico propuesto por la teoría neoclásica para los consumidores, consideraremos los axiomas propuestos en este sentido para dar soporte al análisis³ en la TIMT. En el caso de la producción, analizaremos lo que implica el entorno en la TIMT y su axiomática correspondiente.

De lo anterior se puede ver que la TIMT y la teoría neoclásica coincidirían en resultados sobre economías de intercambio puro si en la TIMT no se formula el lado de la producción.

En lo que sigue, haremos la descripción del modelo siguiendo las consideraciones frecuentes sobre el esquema matemático que se ha utilizado, por ejemplo en Debreu (1959) o Koopmans (1980) pero formulando los axiomas para admitir la mayor cantidad de entornos posibles y dotarlos de mayor generalidad, de modo que, por ejemplo en lugar de formular los axiomas para espacios reales lineales los formularemos de tal forma que se puedan utilizar cuando se consideran espacios topológicos separables conexos⁴.

²Sobre esta interpretación en la TIMT volveremos después.

³Tal análisis ya presupone varios axiomas que deben cumplir las preferencias de los consumidores por llevarse a cabo mediante funciones de utilidad.

⁴Consideramos tal concepto en vista de la frecuencia con la que aparecen situaciones donde se lleva a cabo el estudio de preferencias definidas en espacios no separables, véase Balbás de la Corte *et al.* (1998).

2.1. Consumidores

En la TIMT se considera una economía en la que solo hay un consumidor, lo cual simplifica en gran medida el análisis pero en cierto sentido, implica una pérdida de generalidad cuando se compara con el modelo básico de equilibrio general con producción. Noriega (1998a) utiliza funciones de utilidad del tipo Cobb-Douglas. En este sentido, el simple hecho de utilizar funciones de utilidad implica suponer que se cumple una variante del teorema de representación de las preferencias⁵. Lo anterior hace patente la necesidad de extender el análisis del consumidor en dos sentidos, el primero es en cuanto a su representación, lo que significa partir de las relaciones de preferencias y el segundo es en cuanto al número de agentes de este tipo que poblan la economía en la TIMT.

Suponemos que en la economía hay I consumidores. El consumidor i se caracteriza por sus preferencias, las cuales se capturan mediante una relación binaria establecida sobre el conjunto de consumo X_i , llamada relación de preferencias y denotada por \succsim_i . El conjunto de consumo X_i merece especial atención, este representa el conjunto de todas las alternativas, planes completos de consumo en términos más precisos, que el consumidor puede concebir⁶. De acuerdo con Jehle y Reny (2011), lo que se pretende capturar mediante X_i es el universo de alternativas sobre el que la mente del consumidor es capaz de vagar, sin trabas por la consideración de las realidades de su situación presente. Como se mencionó antes, el consumidor, como los demás agentes en la economía, se caracteriza por su criterio y por sus limitaciones en cuanto a sus elecciones, estas limitaciones serán las que ocurran sobre X_i , el criterio en este caso es la relación de preferencias la cual se supone cumple con los siguientes dos axiomas⁷.

Axioma 2.1 (Compleitud). $\forall x, y \in X_i$ se tiene $x \succsim y$ o $y \succsim x$

Cabe señalar que este axioma no descarta la posibilidad de que se tenga $x \succ y$ y $y \succ x$ al mismo tiempo. Con ello se afirma que el individuo i tiene una preferencia

⁵Nos referimos a una variante ya que las funciones de utilidad del tipo Cobb-Douglas exigen el cumplimiento de ciertas propiedades por parte de las relaciones de preferencias que representan, esto significa restringir el análisis a aquellas y cerrar la posibilidad de realizarlo para una buena gama de preferencias.

⁶Algunos de los elementos de X_i pueden ser alcanzables o no en la práctica, véase Jehle y Reny (2011).

⁷En la literatura, la racionalidad del agente deriva de la racionalidad que involucran estos dos axiomas, véase por ejemplo Mas-Colell *et al.* (1995), es decir, basta que el individuo tenga un criterio, como el representado por \succsim_i , que cumpla estos axiomas para considerarse racional. No hay otra definición de racionalidad más que la postulada vía relación de preferencias, sin embargo la misma estructura lógica puede aplicarse al individuo productor.

bien definida entre cualesquiera dos posibles alternativas, es decir, el consumidor puede hacer comparaciones lo cual se traduce en que tiene la habilidad de discriminar y evaluar alternativas. En otras palabras, evita que existan pares de alternativas ante las cuales el individuo sea incapaz de establecer la preferencia de una sobre otra o ambas cosas.

Axioma 2.2 (Transitividad). $\forall x, y, z \in X_i$, si $x \succeq y$ e $y \succeq z$ entonces $x \succeq z$.

Este axioma es un tanto más restrictivo y postula la coherencia en el comportamiento del agente i , su incumplimiento pone en tela de juicio el criterio de ordenación del agente. De acuerdo con Mas-Colell *et al.* (1995), este es el axioma central en el concepto de racionalidad en economía. En un sentido práctico, la transitividad evita que existan ciclos en las sucesiones de pares de elecciones del agente.

Los axiomas 2.1-2.2 implican que el individuo i puede ordenar cualquier número finito de elementos de X_i del mejor al peor. Esto es lo que se conoce como preorden de preferencias del i -ésimo consumidor⁸. Jehle y Reny (2011) llaman relación de preferencias a la relación binaria que cumple con este par de axiomas.

Buena parte de la literatura del equilibrio general ha empleado axiomas adicionales para el tratamiento del consumidor, el alcance en términos de interpretación económica varía dependiendo de cada uno de ellos, sin embargo, su importancia radica en el papel que juegan en la demostración del equilibrio económico. El primero de ellos es el de continuidad.

Axioma 2.3 (Continuidad). $\forall x \in X_i$, los conjuntos $\succeq(x) \equiv \{y \in X_i | y \succeq x\}$ y $\preceq(x) \equiv \{y \in X_i | x \succeq y\}$ son cerrados con respecto a X_i .

El conjunto $\succeq(x)$ en el axioma 2.3 es lo que se conoce como el conjunto al menos tan bueno como x y recoge todos aquellos puntos que son al menos tan buenos como x . El conjunto $\preceq(x)$ se conoce como el conjunto no mejor que x y recoge todos aquellos puntos que no son mejores que x . Este axioma exige que las preferencias del individuo i no exhiban cambios bruscos en sentido contrario.

El siguiente axioma es uno de varios que aparecen frecuentemente en la literatura y trata de capturar la idea de que los deseos de los agentes modelados son en esencia ilimitados. En términos muy informales la idea se puede expresar diciendo que siempre va a existir algún ajuste en la composición del plan de consumo del agente que hará que lo imagine como preferido, tal ajuste puede tomar varias

⁸Véase Villar (1996).

formas⁹, por ejemplo puede involucrar la adquisición de más de algunos bienes o menos de algunos otros o más de todos los bienes o incluso menos de todos los bienes. El concepto con el que se asocia es el de saciabilidad o saturación, es Koopmans (1980) quien utiliza este último y parece ser el más adecuado, consideraremos que se trata de igual manera de la saciabilidad que postula por ejemplo Mas-Colell *et al.* (1995), Jehle y Reny (2011), Segura (1986) o Villar (1996).

Definición 2.1. Se dice que un punto $x \in X_i$ es un punto de saturación para el orden de preferencias \succsim si $x \succsim y$ es verdadero para todo $y \in X_i$.

Axioma 2.4 (No saciabilidad/saturación local). Para todo $x \in X_i$, para toda vecindad V de x existe un $z \in V$ tal que $z \succ x$.

Por otra parte, si bien el criterio dado por la relación de preferencias caracteriza en parte al consumidor, la parte restante descansa sobre las limitaciones en cuanto a su elección. Las circunstancias del consumidor limitan las alternativas que realmente son alcanzables por él, es decir, del conjunto de alternativas X_i que el consumidor puede concebir, algunas no son alcanzables por él. Coleccionamos todas aquellas alternativas que son alcanzables por el i -ésimo consumidor en un conjunto $B_i \subseteq X_i$ que llamaremos conjunto de consumo factible del i -ésimo consumidor. Cuando el ingreso total del consumidor determina B_i este se conoce como conjunto presupuestario. Ahora es posible formular el problema que resuelve el consumidor: elegir $x_i^* \in B_i$ tal que $x_i^* \succsim_i x$ para toda $x \in B_i$.

2.2. Productores

La parte de la producción en la teoría del equilibrio general se ocupa de estudiar el proceso mediante el cual se producen los bienes y servicios que consumen los individuos que poblan la economía. El lado de la economía donde toma lugar tal proceso se compone de un número de unidades productivas llamadas “empresas” o productores. En cuanto a la denominación que se le da a unidad productiva, seguimos a Mas-Colell *et al.* (1995), aunque cabe notar que el término “empresa” ha sido utilizado en este sentido aunque no se mencione explícitamente que se trata de una unidad productiva, por ejemplo, para Villar (1996) la empresa es la unidad de decisión que lleva a cabo la transformación mediante la cual unos bienes se

⁹Consideramos que el entendimiento de esto tiene implicaciones importantes cuando se discute su papel en relación con otros elementos de la teoría, e.g. la ley de Walras discutida por Noriega (1998b) y Plata (1998).

transforman en otros¹⁰. Debreu (1959) por su parte, denomina productores a estos agentes o unidades de decisión. En el sentido arriba mencionado, los productores enfrentan una limitación sobre sus elecciones, ésta es esencialmente su nivel de conocimiento tecnológico sobre el proceso productivo y se representa mediante un conjunto al que llamaremos Y e indicaremos si es particular de algún agente productor o empresa por medio de un subíndice según sea el caso.

En el caso de la producción, su representación en Noriega (1998a) se lleva a cabo mediante una función de producción, sin embargo, tal representación es solo un caso especial donde los productores o empresas producen un único bien mediante uno o varios factores. En los modelos de equilibrio general se permite la posibilidad de la producción de varios productos mediante la implementación de varios factores.

En este caso, como en Koopmans (1980), expresamos las restricciones tecnológicas y de disponibilidad de recursos correspondientes al j -ésimo productor, afirmando que éste puede lograr aquellas tasas de producción neta de los distintos bienes que vengan representadas por las coordenadas o componentes de cualquier punto $y = (y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^n$. Cada $y \in \mathbb{R}^n$ representa un plan de producción¹¹, que a su vez es una especificación de las cantidades de sus factores y sus productos. Seguimos la convención usual siguiente.

Notación 2.1. Los factores se representan por medio de número negativos mientras que los productos mediante números positivos.

Cabe señalar que alguno de los componentes de y puede ser cero. Esto se interpreta como que el proceso productivo no tiene una producción neta de ese o esos bienes.

Ejemplo 2.1. Si $n = 6$ e $y = (1, 2, 0, -1, -3, -5)$, entonces el proceso productivo tiene como resultado 1 unidad del bien 1, 2 unidades del bien 2, utiliza 1 unidad del bien 4, 3 del bien 5 y 5 del bien 6 como factores productivos mientras que el bien 3 no es producido ni utilizado como factor en este proceso.

Se denota por $Y_j \subseteq \mathbb{R}^n$ el conjunto de todos los planes de producción que son tecnológicamente posibles para el j -ésimo productor. Y_j es llamado el conjunto de producción¹². Tal conjunto es considerado como un dato por la teoría del equilibrio general, véase Mas-Colell *et al.* (1995). La determinación del conjunto de

¹⁰A los primeros los llama ‘inputs’ y a los segundos ‘outputs’, nosotros consideraremos las denominaciones factores o insumos para los inputs y productos para los outputs.

¹¹O una producción a secas en términos de Debreu (1959).

¹²Esto automáticamente implica que aquellas tasas de producción neta representadas por puntos que no pertenecen a Y_j no son logrables para el productor j .

producción, es decir, la clasificación de cada y_j como posible o imposible para el j -ésimo productor, en principio, se realiza sobre la base del conocimiento presente que el agente en cuestión tiene sobre su tecnología presente y futura, esto puede involucrar situaciones, que serían casos particulares, donde algunas otras restricciones contribuyen a determinar Y_j , por ejemplo restricciones legales.

Ahora introducimos los axiomas que pueden soportar la representación de la tecnología en la TIMT. No obstante debemos tomar en cuenta algunas modificaciones que supone la TIMT para los axiomas formulados frecuentemente en los modelos de equilibrio general y la pertinencia de los mismos según sean las circunstancias particulares que afectan a los productores.

Axioma 2.5. Y_j es no vacío.

Este axioma exige que se tenga por lo menos una combinación productiva posible. En caso contrario no existe actividad productiva, es decir la empresa tiene algo por hacer, aunque esto implique no producir.

Axioma 2.6. Y_j es cerrado.

Este axioma exige que si una sucesión de vectores $(y_i) \in Y_j$ tiene un límite y_j^* , entonces $y_j^* \in Y_j$, en otras palabras, los límites de posibles planes de producción son por sí mismos posibles planes de producción para el j -ésimo productor.

Axioma 2.7. $Y_j \cap \mathbb{R}_+^n \subseteq \{0\}$

Este axioma excluye la producción gratuita en el sentido de que evita que sea posible producir cantidades positivas de algún producto sin uso de factores, pero permite no realizar actividad productiva alguna.

Axioma 2.8. Para todo $y_j^0 \in Y_j$, si $y_j^1 \leq y_j^0$ entonces $y_j^1 \in Y_j$.

Este es el axioma conocido como de eliminación gratuita. Exige que si una tarea y^0 es técnicamente posible, entonces también lo es cualquier otra que implique iguales o mayores cantidades de factores e iguales o menores cantidades obtenidas de producto. Mas-Colell *et al.* (1995) interpreta este axioma como el que la absorción de cantidades adicionales de factores que no impliquen cualquier reducción en la producción siempre es posible.

Hasta este punto los axiomas elegidos concuerdan con los que aparecen en el modelo básico de equilibrio general, sin embargo el que se presenta a continuación parece difícil de justificar en el contexto de la TIMT.

Axioma 2.9. $0 \in Y_j$.

Este axioma permite que el j -ésimo productor haga nada. En término de Mas-Colell *et al.* (1995) esto significa que el ‘apagado’ completo de la unidad productiva sea posible. Debreu (1959) va más allá extendiendo el alcance del axioma al conjunto de producción total Y que está dado por $Y = \sum_{j=1}^J Y_j$. La validez del axioma depende de varios factores, Mas-Colell *et al.* (1995) señalan que el punto del tiempo en el que se analiza al productor es de importancia haciendo referencia a que si se contempla una empresa que puede acceder a un conjunto de posibilidades tecnológicas pero que aún no se ha organizado, entonces para esa unidad productiva la inactividad es claramente posible; tal posibilidad desaparece si alguna decisión productiva se ha tomado de antemano o alguna restricción legal lo impide, el ejemplo obvio es la presencia de algún contrato irrevocable para la entrega de algún factor, en una situación de tal naturaleza se dice frecuentemente que la empresa enfrenta algunos costos ‘hundidos’.

De lo anterior podemos notar que la organización no es ajena al análisis en la teoría del equilibrio general, sin embargo, aunque no aparece de manera explícita en Debreu (1959), una vez que la unidad productiva se organiza, la producción de bienes ocurre. Un buen ejemplo se encuentra en Mas-Colell *et al.* (1995), el cual ilustramos mediante un conjunto de producción para $n = 2$, donde el bien 1 es tratado como un factor mientras que el bien 2 es un producto, de ahí que eliminemos el tercer y cuarto cuadrante del conjunto de posibilidades de producción, esto se ilustra en la Figura 1 (a); el caso de una empresa que enfrenta costos hundidos se presenta en la Figura 1 (b), esta muestra las posibilidades de producción que surgen cuando la empresa se ha comprometido a utilizar al menos $-\bar{y}_1$ unidades del bien 1, Mas-Colell *et al.* (1995) mencionan que tal situación se puede atribuir a algún contrato firmado que obliga a la empresa a comprar esa cantidad.

Noriega (1998a) introduce dos hipótesis, una de ellas va a modificar la restricción técnica que el productor enfrenta. En este sentido afirma que la organización inherente a la empresa implica la aplicación de una cantidad de trabajo para que la empresa exista y le corresponde nivel nulo de producto, a tal cantidad le llama ‘costos de instalación’. De esa forma la hipótesis implica una modificación del conjunto Y_j , o de la función de producción en el caso de Noriega (1998a), al estilo de la que ocurre en el escenario del equilibrio general donde la empresa enfrenta costos hundidos, digamos por ejemplo el de la Figura 1 (b) si consideramos que el bien 1 es el trabajo que menciona Noriega (1998a). Por supuesto, el papel de la organización presente en el modelo básico es suficientemente claro, sin embargo Noriega (1998a) considera que la producción puede llevarse a cabo sin organi-

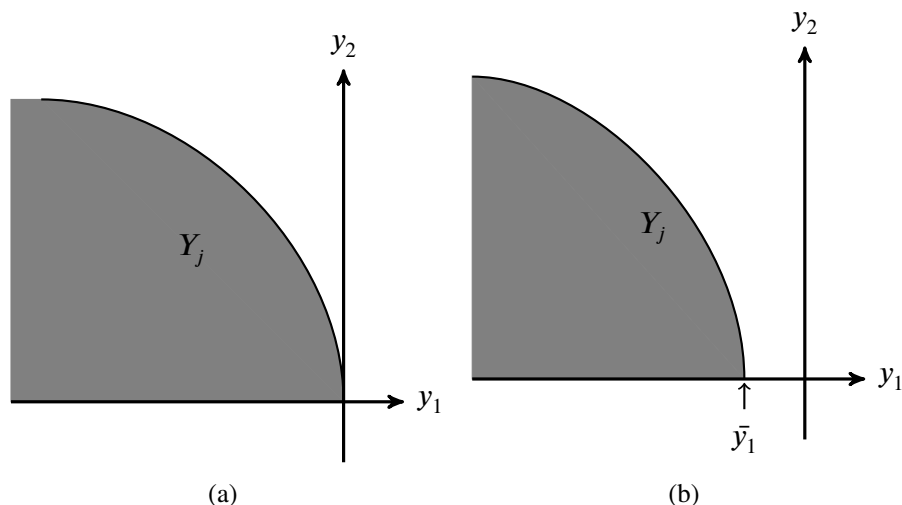


Figura 1: Conjuntos de producción con y sin costos hundidos.

zación, es decir cuando los costos de instalación son nulos. Hacemos incapié en el hecho de que en el modelo básico, tal situación es imposible, en ausencia de organización la única posibilidad de la empresa o productor es hacer nada.

La mera presencia de unos costos de instalación estrictamente positivos nos permite hacer la siguiente observación sobre la estructura de los conjuntos de posibilidades de producción¹³.

Observación 1. La hipótesis de los costos de instalación en Noriega (1998a), se traduce como una traslación de los conjuntos de posibilidades de producción, para admitir que la producción inicia solo después de un valor específico de un factor específico, el trabajo \tilde{y}_T , el cual representamos como y_T^* . Con esto en mente puede definirse una cantidad de trabajo que tiene una función productiva como $y_T = \tilde{y}_T - y_T^*$.

Es fácil ver que unos costos de instalación estrictamente positivos, como en el caso de los costos hundidos en Mas-Colell *et al.* (1995) implican el incumplimiento del axioma 2.9. Lo que diferencia los costos de instalación de los costos hundidos es la naturaleza endógena de los primeros.

En este punto es donde la TIMT se separa sustancialmente del contexto de la teoría del equilibrio general. Si bien la hipótesis de los costos de instalación modifica los conjuntos de posibilidades de producción, y por lo tanto del conjunto

¹³Esta observación sigue la idea de Plata (1998).

de posibilidades de toda la economía, su alcance va más allá de la mera representación de la tecnología. Mientras que en la teoría del equilibrio general Y_j o Y es un dato, en la TIMT no lo es. En este sentido, Noriega (1998a) señala que los costos de instalación se determinan de manera endógena y que dependen de las condiciones de la economía¹⁴. Esto tiene dos implicaciones, la primera es que Y_j o Y también se determinan de manera endógena en la TIMT, en otras palabras, en la TIMT la tecnología se determina de manera endógena; la otra es que los agentes productores requieren más información aparte de los precios, aquella que les permita determinar sus conjuntos de producción. Así, los agentes productores en la TIMT no gozan de la descentralización de sus decisiones¹⁵ y en ese sentido no es posible hablar de una economía plenamente descentralizada como lo hace Noriega (1998a, pág. 161). Esta distinción es reafirmada por el propio Noriega (1998a) cuando afirma que “No será lo mismo instalar determinada ingeniería en un sistema con un mercado muy grande y diversificado que en otro más pequeño y especializado. Esas diferencias se traducirán en exigencias sobre la organización de las empresas, y tales exigencias implicarán a su vez diferentes cantidades de recursos para satisfacerlas.” Es decir, en la TIMT se considera que los productores no solo necesitan conocer su tecnología y los precios sino también el tamaño del mercado.

Lo anterior conduce la idea de que los productores deben elegir el nivel de los costos de instalación en función del tamaño del mercado. Ya que el tamaño del mercado no es información que viaje a través de los precios, éste debería aparecer de alguna manera en el problema que debe resolver el productor. Surge inmediatamente la siguiente pregunta ¿por qué los costos de instalación no figuran como una variable de elección en el problema del productor? Al respecto, Noriega (1998a) sugiere que los costos de instalación se resuelven en otro momento. Sin embargo, eso da lugar a la pregunta ¿quién elige el nivel de los costos de instalación? Noriega (1998a) afirma que es el productor quien elige dicho nivel. Esto último nos hace pensar que hay dos alternativas con respecto a la TIMT:

1. El problema del productor está mal especificado ya que debe incluir a los costos de instalación como variable de elección y al tamaño del mercado como restricción.
2. El problema del productor está bien especificado y es otro agente el que elige

¹⁴Véase Noriega (1998a) página 166.

¹⁵Koopmans (1980) pone de relieve esta descentralización como una de las propiedades del modelo básico de equilibrio general.

los costos de instalación utilizando el tamaño del mercado como información para ello.

La subsección b) *Equilibrio macroeconómico general* de Noriega (1998a) permite establecer que la TIMT opera en la alternativa 2, aunque no especifica qué agente determina los costos de instalación. En tal subsección el autor resuelve los costos de instalación a partir de la demanda excedente del mercado de producto pero no explica el fundamento de su proceder. Esto llama mucho la atención ya que a partir de las demandas excedentes se deberían de resolver las variables endógenas en el modelo, que en este caso son los precios y los costos de instalación; sin embargo, el que Noriega (1998a) elija determinar los costos de instalación implica que los precios (el salario y el precio del producto) se tengan que determinar de manera exógena y eso a su vez implica que en la TIMT no son las fuerzas del mercado las que determinan los precios. Con esto, es claro que la TIMT no parte de las mismas condiciones ni se desarrolla en el entorno competitivo que la teoría del equilibrio general propone.

Pese a lo anterior, es necesario establecer algunos otros axiomas para analizar más de cerca las implicaciones de la TIMT.

Los siguientes axiomas permiten caracterizar los rendimientos de la tecnología. Es frecuente encontrar que en la TIMT se suponen rendimientos decrecientes de escala vía funciones de producción, esto se hará también pero en el caso general sobre los conjuntos Y_j , el caso es extremadamente útil en términos de la facilidad que ofrece al momento de tratar el problema de la existencia del equilibrio.

Axioma 2.10. Para todo $y^0 \in Y_j$, $\lambda y^0 \in Y_j$, $\forall \lambda \in (0, 1)$.

Este axioma permite la reducción de la escala de una combinación productiva factible tanto como se desee.

Axioma 2.11. Para todo $y^0, y^1 \in Y_j$, $y^2 = \alpha y^0 + (1 - \alpha) y^1 \in \text{int } Y_j$, $\forall \alpha \in (0, 1)$.

Este axioma implica la convexidad del conjunto Y_j y conjuntamente con el axioma 2.10 implica rendimientos decrecientes de la tecnología. En este sentido cabe señalar que, en la teoría del equilibrio general, los rendimientos de la tecnología tienen implicaciones sobre las funciones de oferta¹⁶.

Cada empresa enfrenta un precios para cada uno de los bienes y servicios en la economía $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n) \geq \mathbf{0}$. Al analizar el comportamiento individual del productor en el caso de la TIMT es preciso formular el siguiente axioma.

¹⁶Los casos importantes que pueden implicar problemas en cuanto a la demostración de la existencia del equilibrio son los que surgen de suponer rendimientos crecientes o constantes de escala, véase Segura (1986).

Axioma 2.12. $\forall y^0, y^1 \in Y_j, y^0 \succsim_j y^1$ si y sólo si $\frac{\sum_{k=1}^K p_k y_k^0}{\sum_{l=K+1}^n p_l y_l^0} \leq \frac{\sum_{k=1}^K p_k y_k^1}{\sum_{l=K+1}^n p_l y_l^1}$.

En este axioma $y^0 \succsim_j y^1$ indica la preferencia del productor por el vector y^0 frente a y^1 por el hecho de que la tasa de beneficio asociada al mismo, es mayor que la asociada a y^1 .

Formulamos adicionalmente el axioma que se postula en los modelos de equilibrio general que establece la maximización del beneficio como criterio de elección para el productor.

Axioma 2.13. $\forall y^0, y^1 \in Y_j, y^0 \succsim_j y^1$ si y sólo si $p \cdot y^0 \geq p \cdot y^1$.

El problema que resuelve el j -ésimo productor o la j -ésima empresa es: elegir $y^* \in Y_j$ tal que $y^* \succsim_j y$ para todo $y \in Y_j$. Este problema se resuelve según la TIMT bajo el axioma 2.12. Según el modelo básico de equilibrio general el problema se resuelve bajo el axioma 2.13.

La diferencia entre ingresos y costos para los productores es lo que Noriega(1998a) llama masa de beneficios. Bajo el axioma 2.13 es posible definir una función de valor máximo que indique cuáles son los máximos beneficios que la empresa puede obtener a los precios p , la cual llamaremos función de beneficios, así, la función de beneficios indicará cuál es la masa de beneficios asociada a la solución en cuestión. Bajo el axioma 2.12, el cálculo de la masa de beneficios del j -ésimo productor consiste simplemente evaluar el valor del plan y_j^* que soluciona el problema del productor j . Definimos ahora la función de beneficios.

Definición 2.2.

$$\tilde{\Pi}_j(p) \equiv \max_{y_j \in Y_j} p \cdot y_j.$$

Al cálculo de la masa de beneficios del productor bajo el axioma 2.12 lo denotaremos por $\hat{\Pi}(p)$.

Notación 2.2. Cuando nos referimos a los beneficios sin especificar bajo qué axioma, el 2.12 o 2.13, escribiremos simplemente $\Pi(p)$.

3. El problema del equilibrio en Noriega (1998a)

Uno de los conceptos clave en la teoría económica es el de equilibrio, cuyo tratamiento ha sido bastante riguroso en la literatura del equilibrio general. En todo caso, su formulación requiere especificar detalladamente el entorno del modelo.

Por otra parte, en la literatura sobre el estudio de la existencia del equilibrio, es posible identificar dos enfoques dentro de una metodología bastante difundida (aquella que obtiene las demostraciones de la existencia de un equilibrio económico por medio de la aplicación de teoremas de punto fijo, tipo Brower, Kakutani o algún análogo), el primero se enfoca en la resolución de los problemas de todos los agentes en la economía, este es el estilo de Arrow y Debreu (1954) y Debreu (1982), mientras que el segundo se basa en el concepto de demanda excedente, este es el proceder de por ejemplo Debreu (1959), Jehle y Reny (2011), Mas-Colell *et al.* (1995), Segura (1986), etc. El primer enfoque destaca por la introducción de un agente ficticio (Berta (1999), Debreu (1991)), que en el mejor de los casos se interpreta como ‘el mercado’ o bien como el conocido subastador walrasiano. El segundo enfoque no requiere de la introducción de ese agente ficticio. Seguimos el desarrollo del primer enfoque pero evitando la introducción del agente ficticio en la medida de lo posible.

Se considera una economía de propiedad privada donde hay I consumidores y J productores. En esta economía, para dar cuenta de que los consumidores poseen ingresos derivados de su tenencia de acciones de las empresas, se supone que los consumidores poseen un determinado número de acciones de las J empresas, y los beneficios se distribuyen entre los accionistas de cada empresa. Esto es, las acciones del consumidor i en la empresa j le dan derecho a una proporción $\theta_{ij} \in [0, 1]$ de los beneficios de la empresa j . Las restricciones que deben cumplir esas proporciones son evidentes. En primer lugar, para cada agente i y toda empresa j se tiene que $\theta_{ij} \in [0, 1]$ y además para cada j

$$\sum_{i=1}^I \theta_{ij} = 1. \quad (1)$$

Los consumidores poseen dotaciones iniciales de los bienes. Para el consumidor i , sus dotaciones iniciales son denotadas por $e_i = (e_1^i, \dots, e_n^i)$. La riqueza del consumidor i , $m_i(p)$, entonces proviene de dos fuentes, la primera es la dotaciones de cada uno de los bienes que posee, mientras que la otra proviene de las acciones de las empresas que posee. Si los precios del mercado están dados por el vector $p = (p_1, \dots, p_n) \geq 0$, uno para cada bien, entonces la restricción que enfrenta el consumidor es

$$p \cdot x_i \leq p \cdot e_i + \sum_{j=1}^J \theta_{ij} \hat{\Pi}_j(p) \equiv m_i(p).$$

Esta restricción es la que determina el conjunto factible o conjunto presupues-

tario B_i del i -ésimo consumidor de la siguiente manera.

$$B_i = \{ \mathbf{x} | \mathbf{x} \in X_i, \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} \leq m_i(\mathbf{p}) \}.$$

El problema que resuelve el consumidor es el siguiente: el consumidor busca

$$\mathbf{x}_i^* \in B_i \quad \text{tal que } \mathbf{x}_i^* \succeq \mathbf{x}_i \forall \mathbf{x}_i \in B_i \quad (2)$$

En este sentido, el problema del consumidor consiste en elegir un plan de consumo \mathbf{x}_i^* que sea el mejor de acuerdo con sus preferencias bajo su restricción presupuestaria. En otras palabras, el consumidor busca identificar y elegir una alternativa disponible que es la más preferida a la luz de sus gustos y preferencias. Este supuesto de comportamiento es lo que aparece en Noriega (1998a) como axioma de racionalidad.

Es claro que la formulación del problema del consumidor no requiere del concepto de función de utilidad, esto es más bien un recurso que facilita el análisis y no implica en absoluto que la formulación del equilibrio económico se tenga que realizar mediante tales funciones. En efecto, las funciones de utilidad aparecen en el momento en que se hagan explícitos los axiomas que permitan representar una familia de relaciones de preferencia, tales requerimientos son los del teorema de representación de por ejemplo Debreu (1959) o Jehle y Reny (2011). Por supuesto es posible reformular el problema del consumidor en estos términos y esa será la forma en como procederemos.

La economía \mathcal{E} se describe listando los conjuntos sobre los que toman decisiones los agentes, sus preferencias, sus dotaciones iniciales, los activos con los que cuentan en el caso de los consumidores y los conjuntos de producción, de modo que

$$\mathcal{E} = \left(\left\{ (X_i, \succeq_i, \mathbf{e}_i, \theta_{i1}, \dots, \theta_{iJ}) \right\}_{i=1}^I, \left\{ (Y_j) \right\}_{j=1}^J \right).$$

Pasamos ahora a formular la definición del equilibrio. Al respecto, Noriega (1998a) no ofrece una definición del equilibrio, aunque sí hace referencias a este¹⁷. Velázquez (2013) hace un intento por formular la definición del equilibrio en un entorno dinámico, señalando la ausencia de tal definición también en Noriega (1994) y Noriega (2001). A pesar de lo anterior, algunas consideraciones que hace Noriega (1998a) sugieren que la definición que sigue es la siguiente.

Definición 3.1. Un vector $\left((\mathbf{x}_i^*)_{i=1}^I, (\mathbf{y}_j^*)_{j=1}^J, \mathbf{p}^* \right)$ es un equilibrio si

¹⁷véase Noriega (1998a, pág. 163)

1. para cada i , $\mathbf{x}_i^* \succeq_i \mathbf{x}_i \forall \mathbf{x}_i \in B_i$,
2. para cada j , $\mathbf{y}_j^* \succeq_j \mathbf{y}_j \forall \mathbf{y}_j \in Y_j$,
- 3.

$$\sum_{i=1}^I \mathbf{x}_i^* - \sum_{j=1}^J \mathbf{y}_j^* - \sum_{i=1}^I \mathbf{e}_i = 0.$$

El equilibrio así definido se corresponde con el equilibrio competitivo o Walrasiano que propone la teoría del equilibrio general. El adjetivo competitivo hace referencia al supuesto de que los agentes se comportan como si no tuvieran influencia sobre los precios y los consideran como dados cuando eligen sus acciones. Las primeras dos condiciones en la definición del equilibrio se refieren a la resolución de los problemas de los agentes mientras que la tercera dice que para cada bien, el exceso de demanda sobre oferta es cero.

Con esta definición de equilibrio puede hacerse la siguiente observación sobre su existencia en el marco de la TIMT: La naturaleza endógena de los costos de instalación y su presencia en los conjuntos de tecnología de las empresas impide evaluar la cerradura de tales conjuntos y por lo tanto la verificación de los axiomas 2.6, 2.10 y 2.10. Esto resulta problemático en el sentido de que en la TIMT no es posible garantizar o descartar la existencia del equilibrio.

Ya que uno de los resultado en la TIMT se refiere a la optimalidad del equilibrio, a continuación analizamos las propiedades del equilibrio en términos del bienestar económico de los agentes.

4. Propiedades del equilibrio y bienestar

Para analizar las propiedades del equilibrio es necesario introducir algunos conceptos, a saber, el de la factibilidad y la optimalidad en el sentido de Pareto.

Definición 4.1. Una asignación (\mathbf{x}, \mathbf{y}) es una especificación de un plan de consumo $\mathbf{x}_i \in X_i$ para cada uno de los I consumidores y un plan de producción para cada uno de los J productores. Esto es $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_I, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_J)$.

Definición 4.2. Una asignación (\mathbf{x}, \mathbf{y}) es factible si

$$\sum_{i=1}^I \mathbf{x}_i = \sum_{i=1}^I \mathbf{e}_i + \sum_{j=1}^J \mathbf{y}_j.$$

Notación 4.1. El conjunto de asignaciones factibles se denota por

$$F = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \prod_{i=1}^I X_i \times \prod_{j=1}^J Y_j \mid \sum_{i=1}^I \mathbf{x}_i = \sum_{i=1}^I \mathbf{e}_i + \sum_{j=1}^J \mathbf{y}_j \right\}.$$

Definición 4.3. Una asignación $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in F$ es óptima en el sentido de Pareto (o Pareto eficiente) si no existe otra asignación $(\mathbf{x}', \mathbf{y}') \in F$ tal que $\mathbf{x}'_i \succeq_i \mathbf{x}_i$ para todo i y $\mathbf{x}'_i \succ_i \mathbf{x}_i$ para algún i .

En este punto no es posible establecer los teoremas de la economía del bienestar en el marco de la TIMT debido a la naturaleza endógena de los costos de instalación. Ocurre lo mismo que con el problema de existencia del equilibrio. Lo que sí se puede señalar es la dependencia de la optimalidad con respecto al criterio que use la empresa para ordenar sus alternativas. Esto se debe a que aunque no aparece como tal el criterio usado por la empresa en la definición anterior, sí está implícito en los beneficios que determinan el conjunto F .

Pasamos ahora a analizar una economía como la que utilizó Noriega (1998a) para plantear su modelo.

5. Funciones específicas

Basta con los axiomas 2.5-2.7 sobre los conjuntos de tecnología para tener una representación gráfica para el caso de dos o tres bienes. Este caso es de interés ya que Noriega (1998a) presenta el caso de un productor que elabora un solo producto mediante un solo factor, de modo que, teniendo en mente la observación 1, si se define que el primer bien es el factor, en la representación gráfica, tendrá que eliminarse de Y^j cualquier punto que involucre cantidades positivas del primer bien, esto es, eliminar el cuarto cuadrante de Y en el caso de dos bienes. No obstante, esto resalta el hecho de que es necesario que el productor conozca cuál es el valor de y_T^* . En términos técnicos, es necesario conocer y_T^* para deshacer el cambio de variable empleado y así determinar cuál es la cantidad aplicada del factor trabajo.

Por otra parte, resulta importante analizar la restricción técnica que se plantea en la TIMT, que Plata Pérez (1998) interpreta como una traslación de Y^j sin embargo va más allá. En Noriega Ureña (1998a) se afirma que a la primer unidad positiva de trabajo por encima de y_T^* le corresponde nivel positivo de producto¹⁸ mientras que a y_T^* le corresponde nivel nulo. Lo anterior implica que a $y_T \in Y^j$ le corresponde nivel nulo de producto

¹⁸Véase Noriega (1998a) pág. 165pág. 165]Noriega1998.

5.1. Robinson Crusoe

Una de las características de la economía analizada por Noriega Ureña (1998a) son las preferencias de los agentes consumidores, estas se representan por medio de una función de utilidad tipo Cobb-Douglas sobre dos bienes. Se trata de una economía donde $I = 1$, $J = 1$, $X \subseteq \mathbb{R}_+^2$, $Y \subseteq \mathbb{R}_+^2$ y las dotaciones iniciales son $e = (0, h)$, donde el primer componente indica la cantidad del único bien en la economía y h el número de horas de que dispone el consumidor. Se retoma el caso que presenta Noriega (1998a), pág. 184]Noriega1998 como ejemplo. El consumidor tiene una función de utilidad $u : \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}_+, \quad (3)$$

donde x_1 representa la cantidad del único bien en la economía y x_2 el nivel de ocio.

Nota 1. Las restricciones sobre los parámetros son las que plantea Noriega (1998a), en este sentido $\alpha = 2$ y $\beta = 3$ es posible.

Nota 2. La restricción presupuestaria del consumidor se obtiene de la definida anteriormente. Si p denota el precio del bien de consumo y w el del tiempo de ocio, entonces la restricción presupuestaria está dada por

$$px_1 + wx_2 \leq \Pi + wh,$$

donde Π denota los beneficios de la empresa que el consumidor recibe. En este caso el consumidor es dueño de toda la empresa y por tanto de la totalidad de los beneficios que ésta obtiene, es decir $\theta_{11} = 1$.

El problema del consumidor es el siguiente

$$\max_{x_1, x_2} x_1^\alpha x_2^\beta \text{ s. a } px_1 + wx_2 = \Pi + wh. \quad (4)$$

La restricción se cumple con igualdad dada la forma específica de la función de utilidad del consumidor. Las correspondientes condiciones de primer orden son

$$\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^\beta = \lambda p, \quad (5)$$

$$\beta x_1^\alpha x_2^{\beta-1} = \lambda w, \quad (6)$$

$$px_1 + wx_2 = \Pi + wh, \quad (7)$$

donde λ es un multiplicador de Lagrange.

Resolviendo para x_1 y x_2 se obtiene que

$$x_1(p, w, \Pi) = \frac{wh + \Pi}{p \left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\right)}, \quad (8)$$

$$x_2(p, w, \Pi) = \frac{wh + \Pi}{w \left(1 + \frac{\alpha}{\beta}\right)}. \quad (9)$$

La oferta de trabajo entonces está dada por

$$h - x_2(p, w, \Pi) = \frac{\frac{\alpha}{\beta}wh - \Pi}{w \left(1 + \frac{\alpha}{\beta}\right)}. \quad (10)$$

El productor tiene una función de producción $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ dada por¹⁹

$$q = f(L) = (L - L^*)^\gamma, \quad \gamma \in (0, 1), \quad (11)$$

donde q indica la cantidad del bien de consumo producida y L la cantidad de trabajo empleada.

En el marco de la teoría del equilibrio general, es decir bajo el Axioma 2.13 el problema de la empresa es

$$\max_L p(L - L^*) - wL. \quad (12)$$

La condición de primer orden en este caso es

$$\gamma p(L - L^*)^{\gamma-1} = w \quad (13)$$

y conduce a la función de demanda de trabajo

$$L(p, w) = \left(\frac{w}{\gamma p}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} + L^* \quad (14)$$

a la de oferta del bien de consumo

$$q(p, w) = \left(\frac{w}{\gamma p}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (15)$$

¹⁹Nos permitimos reformular la función de producción de modo que respete las hipótesis de los costos de instalación.

y a la función de beneficios

$$\Pi(p, w) = p \left(\frac{w}{\gamma p} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - w \left(\frac{w}{\gamma p} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} - wL^*. \quad (16)$$

El equilibrio entonces está determinado por las condiciones

$$q(p, w) = x_1(p, w, \Pi), \quad (17)$$

$$h - x_2(p, w, \Pi) = L(p, w). \quad (18)$$

Así, los precios de equilibrio (p^*, w^*) son aquellos que cumplan

$$w^* = \left[\frac{h - L^*}{\frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{1}{\gamma} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} + \left(\frac{1}{\gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} \right]^{\gamma-1} p^*. \quad (19)$$

En el marco de la TIMT, es decir, bajo el Axioma 2.12, el problema que resuelve la empresa es

$$\max_L \frac{p(L - L^*) - wL}{wL} \quad (20)$$

y da lugar a la siguiente condición de primer orden

$$\frac{[\gamma p(L - L^*)^{\gamma-1} - w] wL - w [p(L - L^*)^\gamma - wL]}{(wL)^2} = 0. \quad (21)$$

Esto conduce a la función de demanda de trabajo

$$\hat{L} = \frac{1}{1 - \gamma} L^* \quad (22)$$

a la de oferta del bien de consumo

$$\hat{q} = \left(\frac{\gamma}{1 - \gamma} L^* \right)^\gamma \quad (23)$$

y a la de beneficios

$$\hat{\Pi} = p \left(\frac{\gamma}{1 - \gamma} L^* \right)^\gamma - w \frac{1}{1 - \gamma} L^*. \quad (24)$$

El equilibrio entonces está determinado por las condiciones

$$\hat{q} = x_1(p, w, \Pi), \quad (25)$$

$$h - x_2(p, w, \Pi) = \hat{L}. \quad (26)$$

En la sección 2 se mencionó que la diferencia entre los costos hundidos y los costos de instalación radica en que los últimos son endógenos. Esta observación es muy importante ya que una economía en la que los costos de instalación no se han determinado no tiene claramente definidos los conjuntos de producción. En este sentido, para poder hacer una comparación sobre los resultados alcanzados bajo los axiomas 2.12 y 2.13, si se supone que las economías, sistemas en términos de Noriega (1998a), sean las mismas y solo difiera el criterio que utilizan los productores, eso significa que tienen la misma tecnología, es decir los mismos conjuntos Y_j , entonces los costos de instalación deben ser exactamente los mismos. Esto a su vez implica que los costos de instalación se consideren como un parámetro en ambos sistemas y en ese sentido, las variables a resolver sean los precios. Así, un primer escenario (y que llamaremos A) para poner a prueba lo que Noriega (1998a) denomina *Teorema de superioridad* sería uno donde las economías tengan los mismos costos de instalación (y que sean una variable exógena) y cada una determine su propio equilibrio²⁰. Sin embargo, siguiendo el desarrollo de Noriega (1998a), tanto en los ejemplos que plantea como en las demostraciones que desarrolla, un segundo escenario (que llamaremos B) será aquel donde la economía donde los productores proceden de acuerdo con el Axioma 2.13, es la que determina los precios y la economía donde los productores actúan bajo el axioma 2.12 determinará los costos de instalación.

Así, los precios de equilibrio (\hat{p}, \hat{w}) , en el escenario A, son aquellos que cumplan

$$\hat{w} = \frac{\frac{\beta}{\alpha} \left[\frac{\gamma}{1-\gamma} L^* \right]^\gamma}{h - \frac{1}{1-\gamma} L^*} \hat{p}. \quad (27)$$

Hasta este punto se ha prescindido del concepto de mercado en un sentido riguroso, por una parte esto es una ventaja en cuanto al método axiomático y la dicotomía entre teoría y estructura matemática implícita en esta construcción, sin embargo, el mercado como un lugar teórico de formación de precios tiene importancia no solo en términos de interpretación. Afirmar que los consumidores actúan

²⁰Se puede plantear ese escenario ya que en el enunciado del Teorema de superioridad no hay una condición que lo impida.

de manera competitiva con respecto a todos los bienes de elección y también por parte de los productores en cuanto a cantidades de factores a emplear y cantidades de productos a obtener para comprar y vender, implica ya la mera existencia de un mercado asociado a cada uno de los bienes o factores. La ausencia del mercado para alguno de los bienes se puede traducir en la incapacidad de obtener más o deshacerse de cantidades de un bien o factor²¹.

5.2. Valores de equilibrio

Considerando los resultados encontrados es posible analizar los niveles de bienestar del consumidor en el escenario A. Para ello, se considera que $h = 24$, $L^* = 2$ y $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.5$, $\gamma = 0.3$ y $p = 1$. Así, sustituyendo en (19) y en (27) se encuentran los valores de los precios, niveles de producción, de tiempo de ocio, beneficios y utilidades en ambos casos, como se muestra en el Cuadro 1. Estos va-

Cuadro 1: Valores de equilibrio en el escenario A

Tradicional	TIMT
$w^* = 0.09620570941$	$\hat{w} = 0.4515982890$
$q^* = 1.628096621$	$\hat{q} = 0.9548078109$
$\bar{L} = 7.076923081$	$\hat{L} = 2.857142858$
$\Pi^* = 0.9472562156$	$\hat{\Pi} = 0.8257797283$
$x_1^* = 1.628096621$	$\hat{x}_1 = 0.9548078110$
$x_2^* = 16.92307692$	$\hat{x}_2 = 21.14285714$
$u^* = 5.249038422$	$\hat{u} = 4.493035182$

Fuente: Elaboración propia

lores indican que, en efecto, cambiar la función objetivo a maximizar por parte de la empresa implica cambios en los resultados del equilibrio. En la economía tradicional (donde los productores actúan de acuerdo con el Axioma 2.13) se observa un mayor nivel de trabajo empleado, una mayor cantidad del bien de consumo y un mayor nivel de utilidad que en la economía donde el productor actúa de acuerdo con lo que propone la TIMT. Así, en el escenario A el *Teorema de superioridad* no se cumple. Debe notarse también que los beneficios de las empresas son mayores en la economía tradicional.

²¹Esta racionalización de niveles fijos para factores aparece en Sargent (1987).

En el escenario B supondremos, para la economía que determinará los precios, que $L^* = 0$ y, para ambas economías, que los demás parámetros tienen los mismos valores del escenario A. Así, los precios de equilibrio que se determinan en la economía bajo el Axioma 2.13 son $p = 1$ y $w = 0.09052089802$. Los valores de equilibrio de las dos economías se muestran en la siguiente tabla.

Cuadro 2: Valores de equilibrio en el escenario B

Tradicional	TIMT
$w^* = 0.09052089802$	$\hat{w} = 0.09052089802$
$q^* = 1.671155041$	$\hat{q} = 1.350664396$
$\bar{L} = 5.538461544$	$\hat{L} = 9.078977056$
$\Pi^* = 1.169808528$	$\hat{\Pi} = 0.5288272398$
$x_1^* = 1.671155040$	$\hat{x}_1 = 1.350664396$
$x_2^* = 18.46153846$	$\hat{x}_2 = 14.92102294$
$u^* = 5.554466043$	$\hat{u} = 4.489242077$

Fuente: Elaboración propia

En este escenario se observa que, aunque los agentes observan exactamente los mismo precios, en la economía tradicional, donde los productores maximizan la masa de beneficios, hay un menor nivel de trabajo empleado pero hay una mayor cantidad del bien de consumo y un mayor nivel de utilidad que en la economía donde los productores maximizan la tasa de ganancia. Con los resultados obtenidos, se puede ver que el *Teorema de superioridad* tampoco se cumple en el escenario B, que es el sugiere Noriega (1998a). Debe notarse también que los beneficios de la empresa son mayores en la economía tradicional.

Del escenario A se concluye que, cuando los costos de instalación son iguales en ambas economías y su determinación es exógena, el productor en la economía tradicional emplea más trabajo y obtiene una mayor masa de beneficios que el productor de la economía donde se maximiza la tasa de beneficio. Si bien el productor tradicional alcanza una mayor masa de beneficios, su tasa es inferior a la del otro productor. Aunque ambas economías tienen los mismos costos de instalación y las mismas dotaciones iniciales, dan lugar a precios distintos.

Del escenario B se puede observar algo más. Aunque los agentes observan los mismos precios, los productores de la economía donde se maximiza la tasa de ganancia emplean más trabajo pero producen menos cantidad de producto y obtienen una menor masa de beneficios, lo cual implica una ineficiencia productiva. Esa ineficiencia es provocada por los costos de instalación. Al respecto cabe

señalar lo siguiente: en este escenario los costos de instalación que se utilizaron como dato para la determinación de los precios en la economía tradicional fueron nulos, es decir $L^* = 0$, sin embargo, los costos de instalación que se determinaron (utilizando los precios previamente determinados) en la economía donde los productores maximizan la tasa de beneficio no son nulos ya que al sustituir los valores de los parámetros y los precios en (25) o (26) y resolver para L^* se encuentra que $L^* = 6.355283937$. Así, afirmar que la tecnología es la misma en ambas economías es afirmar que $0 = 6.355283937$.

Estos escenarios muestran que no es posible afirmar que las economías bajo estudio puedan tener costos de instalación y precios exactamente iguales. Lo que sí es posible es que ambas economías compartan los mismos costos de instalación pero enfrentarán precios distintos, la otra posibilidad es que enfrenten los mismos precios pero tendrán costos de instalación distintos. En ambos casos el resultado principal de Noriega (1998a) no se verifica.

Algo que no puede pasar desapercibido es el hecho de que, al tomar los precios que se determinan en la economía tradicional, la TIMT se hace dependiente del modelo de equilibrio general.

6. Observaciones y comentarios finales

Lo anterior plantea una desventaja que tiene la economía descrita por la TIMT frente a la descrita por la teoría del equilibrio general. En el caso de la TIMT, los productores no conocen bien los conjuntos de producción sino hasta que tienen información del lado de la demanda²². Esto es lo que Koopmans (1980) llama comunicación cuantitativa y no se da en la economía competitiva descrita por el equilibrio general. En otras palabras, la economía descrita por la TIMT no goza de las economías de la información con que los modelos de equilibrio general cuentan.

En principio, las condiciones para la solución de los problemas de los agentes toman formas distintas en los productores cuando cambia el criterio de ordenación. En el caso de la TIMT, la determinación de y_T^* es importante en la medida en que genera diferencias tecnológicas según sea su magnitud. Es distinto un conjunto de producción con $y_T^* = 1$ de uno donde $y_T^* = 3$ por ejemplo. Plata Pérez (1998) parece estar al tanto de esto cuando realiza su crítica a la TIMT. En Velázquez Orihuela (2013), Noriega Ureña (1998a,b) y Noriega Ureña (2001) aparece otro elemento en

²²Noriega Ureña (1998a) se refiere a esto como el tamaño del mercado pero en términos precisos se trata del volumen de la demanda ya que el número de consumidores está dado.

lo que llaman función de producción generalizada, un parámetro A que es llamado número de unidades productivas. Este nuevo elemento se traduce en un cambio en las unidades en que se expresa el conjunto de producción. En este sentido, la diferencias tanto en A como en y_T^* son generadoras de diferencias tecnológicas, aunque se trate de la misma familia, dos economías con distintos parámetros tendrán posibilidades tecnológicas distintas. En consecuencia, los escenarios como el que señala Plata Pérez (1998) son posibles, así también los inversos.

Con la formulación anterior es posible analizar los hallazgos a los que llega Noriega (1998a). El resultado principal es lo que se conoce como teorema de superioridad, sin embargo está precedido de dos hallazgos más, estos son los que aparecen en Noriega (1998a) como lemas 1 y 2 respectivamente. Respetando el orden de aparición efectuamos un breve análisis a la luz de la estructura presentada.

Reproducimos la primera afirmación, ésta corresponde al caso donde $n = 2$.

AFIRMACIÓN 1 (Noriega (1998a)). Para todo (P, W) tal que $P > 0$ y $W > 0$, se verificará que en un sistema en que se maximice π , existirá un subconjunto de posibilidades de consumo superiores a las máximas viables en un sistema en el que se maximice Π , considerando cantidades de oferta de trabajo iguales para ambos sistemas.

En este resultado Noriega (1998a) emplea el término "sistema", que consideramos se refiere a lo hemos definido como **economía** en la sección 3, es decir, una especificación de preferencias de los consumidores, dotaciones iniciales, tenencia de activos y conjuntos de tecnología de las empresas. Con esto en mente, se han calculado los valores de equilibrio en la subsección 5.2 para dos economías exactamente iguales, lo que cambia es la función objetivo y con ello los resultados. Es fácil ver que las cantidades de oferta de trabajo de equilibrio son distintas. Ya que Noriega (1998a) no especifica si se trata de la oferta de trabajo de equilibrio lo más probable es que se refiera a la función de oferta de trabajo, la cual es la misma en ambos sistemas. En consecuencia, los valores de la oferta de equilibrio del bien del consumo del Cuadro 1 son un contraejemplo a esta afirmación ya que sugieren que el subconjunto de posibilidades de consumo en la economía en la que las empresas maximizan la masa de beneficios contiene elementos que hacen que la utilidad del consumidor sea mayor que las que contiene el de la economía donde se maximiza la tasa de beneficios.

Esto pone en evidencia que hay elementos poco claros en la afirmación en cuestión. Uno de ellos es lo que se entiende por sistema y las cantidades de oferta de trabajo. Es posible que el último término más bien se refiera a las dotaciones

iniciales. No obstante, una diferencia en las dotaciones iniciales implicaría que las economías fuesen distintas y por tanto la comparación sugerida carezca de sentido, Plata (1998) hace una crítica a este aspecto. La demostración de esta primer afirmación que ofrece Noriega (1998a) sugiere que las dotaciones iniciales son las mismas. Sin embargo, también deja ver algunos errores: el primero tiene que ver con tratar las demandas del bien de consumo, la oferta de trabajo y los precios como iguales en ambas economías²³, el segundo consiste en no sustituir los valores de equilibrio de los beneficios de las empresas.

Por otra parte, esta afirmación corresponde al caso en el que el bien 1 es un bien de consumo mientras que el 2 es el trabajo, los precios correspondientes se interpretan inmediatamente. El sistema donde se maximiza π es una economía donde los productores actúan bajo el axioma 2.12 mientras que el sistema en el que se maximiza Π es una economía donde los productores actúan bajo el axioma 2.13. Los conjuntos de posibilidades de consumo son los conjuntos B_i , sin embargo como en Noriega (1998a) se trata con un solo consumidor, entonces solo hay un conjunto B en cada economía.

Aunque el lema 1 no es específico en lo que se refiere a si los costos de instalación y las dotaciones de los consumidores son las mismas analizaremos un caso donde así sea. Denotamos por $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ y $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$ la soluciones del problema del consumidor de la economía donde los productores actúan bajo el axioma 2.12 y de la economía donde actúan bajo el axioma 2.13 respectivamente. Considerar cantidades de oferta de trabajo iguales significa que $\hat{x}_2 = \tilde{x}_2$. Suponemos además que en cada economía existe solo una empresa y que el único consumidor en cada economía posee todas las acciones de la empresa, de modo que tiene derecho a todos los beneficios que obtenga la empresa. En este caso, los conjuntos de posibilidades de consumo están dados por:

$$\hat{B} = \{(x_1, x_2) \mid Px_1 + Wx_2 \leq Pe_1 + We_2 + \hat{\Pi}(P, W)\} \quad (28)$$

para el consumidor de la economía donde los productores actúan bajo el axioma 2.12 mientras que para el otro consumidor es

$$\tilde{B} = \{(x_1, x_2) \mid Px_1 + Wx_2 \leq Pe_1 + We_2 + \tilde{\Pi}(P, W)\} \quad (29)$$

Si las dotaciones son $e = (0, \tau)$, entonces, la diferencia entre los conjuntos de posibilidades de consumo estará dada por la diferencia entre $\hat{\Pi}(P, W)$ y $\tilde{\Pi}(P, W)$. El lema 1 afirma que existe $A \subseteq \hat{B}$ tal que si $x \in A$ entonces $x \geq y$ para todo $y \in \tilde{B}$.

Reproducimos ahora la segunda afirmación, que aparece como lema 2.

²³El Cuadro 1 es una muestra clara de que eso no ocurre.

AFIRMACIÓN 2. Para todo (P, W) tal que $P > 0$ y $W > 0$, se verificará que $\max \pi(wT_d) > \max \Pi$, con $q_o^{(a)} > q_o^{(b)}$ (correspondiendo el supraíndice "a" a un agente maximizador de la tasa de beneficios, y el "b" a un maximizador de Π), empleando a y b la misma cantidad de trabajo.

En esta afirmación hay elementos que, en el escenario de Robinson Crusoe hacen evidentes resultados que descartan su veracidad. El primero de ellos tiene que ver con el hecho de que si las dos empresas emplean la misma cantidad de trabajo entonces tendrán el mismo nivel de producción²⁴, los mismos costos de producción y por tanto los mismos beneficios. Es decir, la última parte del enunciado ya implica que $q_o^{(a)} = q_o^{(b)}$. Cabe la posibilidad de que las cantidades de trabajo de equilibrio sean iguales y los beneficios obtenidos por las empresas sean distintos, sin embargo los únicos elementos que pueden permitir eso en una economía como la de Robinson Crusoe son las dotaciones iniciales o los parámetros y eso implicaría que se hiciera una comparación entre economías distintas. Por otra parte, ya que la afirmación no hace referencia a que el escenario sea de equilibrio general, la comparativa en equilibrio parcial para la empresa de la subsección 5.1, implica que el nivel de w que permite que las cantidades empleadas de trabajo sean iguales, considerando $p = 1$, está dado por

$$w = \left(\frac{\gamma}{1 - \gamma} L^* \right)^{\gamma - 1} \gamma.$$

La consecuencia de llevar a cabo tal cálculo es, en primer lugar, que la igualdad entre cantidades empleadas de trabajo solo sea posible en un nivel específico de precios y en segundo que los niveles de producción del bien de consumo y los beneficios en ambos casos son iguales. Aunque Noriega (1998a) ofrece una demostración revisada, en este caso, únicamente se analizan las condiciones e implicaciones de la afirmación (lema 2). Tal demostración revisada se construye sobre condiciones que no aparecen en la afirmación bajo estudio, así, aunque la demostración revisada fuera correcta, corresponde a un afirmación distinta. El alcance de las afirmaciones en disciplinas que hacen uso de sistemas axiomáticos o lógico deductivos es lo que permite evaluar la teoría sobre ella construida.

Tampoco quedan claras las condiciones o el fundamento teórico de resolver los costos de instalación a partir de las condiciones de equilibrio. Bien cabe la posibilidad de que, si por ejemplo los costos de instalación son elegidos por algún consumidor, ya que no hay nada que lo impida, éste decida fijarlos en un nivel que le asegure precios bajos, dotándolo así de poder de mercado.

²⁴Esto lo señaló Plata (1998).

Esto hace recordar algunos episodios en teorías matemáticas en sus distintos grados de desarrollo, la más conocida es la teoría de conjuntos, en especial la paradoja de Bertrand Russell que implicó una reformulación de la teoría y una selección de axiomas más cuidadosa²⁵.

Los hallazgos de la sección 5.2 constituyen un contraejemplo para el Teorema de Superioridad que aparece en Noriega (1998a) y Noriega y Velázquez (2016) y a su vez muestran que, en realidad, la función objetivo planteada por la TIMT conduce a una situación poco deseable con respecto a la tradicional. También revela aspectos importantes del análisis inicial propuesto por Noriega (1998a) en su sección 5. El primero de tales aspectos tiene que ver con la técnica de resolución del modelo como tal. Tanto Jehle y Reny (2011) y Mas-Colell *et al.* (1995) plantean el modelo de Robinson Crusoe pero Jehle y Reny (2011) son mucho más ilustrativos en el cálculo de los precios de equilibrio. Basta notar que, dada la homogeneidad de grado cero en la demanda excedente, es posible hacer $p = 1$ al momento de buscar el equilibrio, este es precisamente el camino seguido y para ello se utiliza la condición de vaciado de mercado para L . En este sentido el resultado al que llegamos es el mismo al que llegan Jehle y Reny (2011) si se hace $p^* = 1$ y $L^* = 0$. Por supuesto, también se puede proceder estableciendo algún valor para w y utilizando la condición de vaciado de mercado para el bien de consumo. Es posible hallar el equilibrio en la TIMT utilizando una técnica similar, haciendo $\hat{p} = 1$ se puede encontrar \hat{w} . Así, en el marco de la TIMT, el salario juega un papel exactamente igual al que juega en la teoría del equilibrio general. El ejemplo que se presentó en la sección 5.1 corresponde al de Jehle y Reny (2011) y Mas-Colell *et al.* (1995) con la respectiva modificación que implican los costos de instalación.

Es posible que lo anterior, con respecto a la metodología para hallar los precios de equilibrio, causó confusión en Noriega (1998a), ya que si bien al trabajar con la condición de vaciado del mercado del bien de consumo y resolver para p , en la condición para L el salario w sale de la ecuación y uno está fuertemente tentado a pensar que eso significa que w es arbitrario y se determina fuera del modelo.

Por otra parte, en la sección 5 de Noriega (1998a), se observa en la solución que ofrece para los costos de instalación la expresión de la tasa de beneficio. Esto implica un error ya que la tasa de beneficios tiene como componente a los costos de instalación. Teóricamente también implica que la condición de vaciado en el mercado del bien de consumo se satisfaga independientemente de los precios. Es aquí donde surge una pregunta importante ¿los costos de instalación deben tratarse como una variable exógena o endógena al modelo?. La literatura sobre la TIMT

²⁵Véase al respecto Suppes (1968).

ofrece algunas ideas sobre ello, en primer lugar tales costos se tratan al principio de la resolución del problema de la empresa como una variable exógena y no es hasta que se llega a la condición de equilibrio que aparece la oportunidad de averiguar su valor. Esto también ocurre aunque la empresa persiga el objetivo de maximizar la masa de beneficios. Basta ver las condiciones de vaciado para comprobarlo. En términos económicos el significado de tal proceder es poco claro. Uno pensaría que los costos de instalación deben ser conocidos por las empresas para poder llevar a cabo su optimización, es decir, deber ser exógenos. Si fueran endógenos entonces hace falta una explicación sobre qué agente o mediante qué proceso se determinan, lo que queda claro es que lo más probable es que las empresas tengan que cumplir con tal encargo. Noriega y Velazquez (2016) señalan que los costos de instalación se refieren al trabajo empleado por la empresa para la organización de sus actividades, en función del tamaño del mercado. Esto sugiere que la determinación de tales costos queden a cargo de la empresa y que se incorporen en su proceso de optimización. Si la interpretación ofrecida es correcta entonces la formalización de la TIMT sobre los costos de instalación no es adecuada para representarlos.

Esto conduce a pensar que más que un problema de modelado, en la TIMT hay un problema con la precisión de sus conceptos, una situación similar ocurrió en la matemática en 1806, cuando M. Amperé afirmaba que todas las funciones continuas tienen derivadas²⁶. En el caso de la TIMT, esta imprecisión en las nociones de su teoría hacen que, cuando se le compara con teorías como la del equilibrio general, sus afirmaciones sean poco confiables. Una de las implicaciones de la TIMT tiene que ver con la racionalidad en términos económicos. Si bien Noriega (1998a) hace alusión a un axioma de racionalidad, su formalización dista de la presente en la teoría del equilibrio general. La racionalidad en economía tiene que ver más con la consistencia de las elecciones de los agentes²⁷.

Uno de los principales problemas que tiene la formulación axiomática de la TIMT es la dificultad de verificar los que soportan el análisis de la producción. La problemática más importante es la que se refiere a los conjuntos de producción. Estos deben ser conocidos por los agentes productores antes de poder establecer el criterio \succeq_j postulado por la TIMT. No basta saber que se trata de una magnitud estrictamente positiva y_T^* que se resuelve en el mercado. Esto podría implicar que los productores se formen ideas tan variadas sobre y_T^* y los planes de producción que implica, con lo que se tendría que considerar que los conjuntos de producción son semiabiertos, o abiertos en el peor de los casos. La exigencia para la existen-

²⁶Véase ?.

²⁷Véase por ejemplo ?.

cia del equilibrio es que los conjuntos de producción sean conjuntos compactos, incluso aunque no se trate de subconjuntos de espacios reales.

En este sentido, contrario a lo que afirma Noriega (1998a), la hipótesis de los costos de instalación viola las condiciones de competencia perfecta en el sentido de que los agentes de la economía requieren de más información adicional a los precios.

La desventaja en cuanto a economías de la información que presenta la TIMT implica también que el sistema social por ella modelado exige un grado de comunicación adicional, aunque esto es mera interpretación del modelo matemático, significa que la plena descentralización que Noriega Ureña (1998a) y Velázquez Orihuela (2013) mencionan en realidad no existe en el modelo.

En último término nos referimos a las implicaciones de algunas conclusiones a las que llegan Noriega Ureña (1998a) y Velázquez Orihuela (2013). Una de ellas es que el salario no es el precio del trabajo. Esto implica que el precio p_k en el vector \mathbf{p} que corresponde al trabajo y que llamamos salario en realidad no debería aparecer en \mathbf{p} . De ser así el conjunto B de los consumidores y los mismos costos que enfrentan los productores no han sido determinados correctamente. Eso a su vez implicaría que las soluciones de los problemas de los agentes que constituyen el equilibrio también son erróneas. Siendo así, ¿ocurre lo mismo con la conclusión sobre el salario?

En cuanto a la inexistencia del mercado que se deduce del problema que resuelven los productores en la TIMT, su implicación en términos conceptuales va en el mismo sentido que la conclusión sobre el salario a la que llega la TIMT. De no existir tal mercado las empresas no podrían acudir a comprar o arrendar trabajo, los consumidores por su parte tampoco tendrían la posibilidad de proveer de servicios de trabajo, limitando sus ingresos en ese sentido.

Finalmente, con respecto a la idea que plantea la TIMT sobre la violación del primer teorema del bienestar, no cabe más que apuntar que la optimalidad en el sentido de Pareto tiene que ver con las asignaciones y su evaluación a través de las preferencias de los consumidores. En este sentido, las asignaciones que se obtienen cuando las empresas maximizan la tasa de beneficio son las que violan tal teorema.

Referencias

- Arrow, K. y Debreu, G. (1954). Existence of an equilibrium for a competitive economy. *22(3):265–290*.
- Balbás de la Corte, A., Estévez Toranzo, M., Hervés Beloso, C., y Verdejo Rodríguez, A. (1998). Espacios separablemente conexos. *Rev. R. Acad. Cien. Exact. Fis. Nat. (Esp)*, 92(1):35–40.
- Berta, N. (1999). Axiomática e interpretación en gérard debreu: el caso del mercado. *Investigación Económica*, 59(230):83–98.
- Debreu, G. (1959). *Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*. Yale University Press.
- Debreu, G. (1982). *Existence of Competitive Equilibrium*, volumen II. North Holland.
- Debreu, G. (1984). Economic theory in the mathematical mode. *The Scandinavian Journal of Economics*, 86(4):393–410.
- Debreu, G. (1986). Theoretic models: Mathematical form and economic content. *Econometrica*, 54(6):1259–1270.
- Debreu, G. (1991). The mathematization of economic theory. *The American Economic Review*, 81(1):1–7.
- Galindo Cruz, D., Porrás Chaparro, I., y Fabián Medinilla, L. (2018). *Crecimiento Económico bajo la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo: Implicaciones de política fiscal, deuda y prima de riesgo en una economía pequeña y abierta*. Universidad Autónoma “Benito Juárez” de Oaxaca.
- Jehle, G. A. y Reny, P. J. (2011). *Advanced Microeconomic Theory*. Financial Times/Prentice Hall.
- Koopmans, T. C. (1980). *Tres Ensayos sobre el Estado de la Ciencia Económica*. Antoni Bosch.
- Ljungqvist, L. y Sargent, T. J. (2012). *Recursive Macroeconomic Theory*. Massachusetts Institute of Technology, tercera edición.

- Mas-Colell, A., Whinston, M. D., y Green, J. R. (1995). *Microeconomic Theory*. Oxford University Press.
- Noriega Ureña, F. (1994). *Teoría del desempleo, la distribución y la pobreza*. Ariel.
- Noriega Ureña, F. (1998a). Generalización de una teoría particular del productor: error de la tradición neoclásica. *Investigación económica*, 58(223):159–196.
- Noriega Ureña, F. (1998b). Generalización de una teoría particular del productor: error de la tradición neoclásica: Reflexiones adicionales y respuesta a un comentario crítico. *Investigación Económica*, 58(224):185–213.
- Noriega Ureña, F. (2001). *Macroeconomía para el Desarrollo: Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo*. McGraw-Hill.
- Noriega Ureña, F. (2012). *Macroeconomía Divergente*. Editorial Académica Española.
- Noriega Ureña, F. y Tirado Jiménez, R. (2003). Growth, unemployment and nonexistence of labor market in a ramsey type model. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*, 2(1):3–22.
- Plata Pérez, L. (1998). Sobre funciones objetivo en la teoría de la empresa. *Investigación Económica*, 58(223):233–239.
- Prescott, E. C. y Mehra, R. (1980). Recursive competitive equilibrium: The case of homogeneous households. *Econometrica*, 48(6):pp. 1365–1379.
- Sargent, T. J. (1987). *Macroeconomic Theory*. Academic Press.
- Segura, J. (1986). *Análisis microeconómico*. Alianza, tercera edición.
- Suppes, P. (1968). *Teoría Axiomática de Conjuntos*. Editorial Norma.
- Velázquez Orihuela, D. (2013). *Teoría de la dinámica de las economías de mercado*. Plaza y Valdés.
- Villar, A. (1996). *Curso de microeconomía avanzada. Un enfoque de equilibrio general*. Antoni Bosch.